



REFLEXÕES DE ALGUMAS PESQUISAS QUE TRATAM DAS DIFICULDADES APRESENTADAS NO PROCESSO DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DO TEOREMA FUNDAMENTAL DO CÁLCULO

Arthur Abitante¹ ; Carlos Roberto da Silva² ; Lucilene Dal Medico Baerle³

INTRODUÇÃO

A presente pesquisa teve como objetivo geral “realizar, por meio de uma revisão bibliográfica, pesquisas que envolvam o ensino e a aprendizagem do Teorema Fundamental do Cálculo, com o intuito de evidenciar as dificuldades e as aplicações relacionadas a essa noção presentes no Cálculo Diferencial e Integral, quando trabalhado nos cursos de Ciência da Computação e Engenharia Elétrica do IFC - Campus Videira”.

A metodologia foi de cunho qualitativo e trata de uma problemática observada nos curso de graduação que envolve a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, em face aos altos índices de reprovação e evasão dessa disciplina, em especial nos curso de Ciência da Computação e de Engenharia Elétrica - Campus Videira. Sendo essa disciplina um pré-requisito para várias outras disciplinas no decorrer dos cursos, sendo que as dificuldades de aprendizagem apresentadas podem interferir no andamento desses cursos e na aprendizagem dos demais conteúdos.

Nesse sentido, busca-se através deste trabalho fazer um levantamento de pesquisas realizadas no Brasil que relatam as dificuldades de aprendizagem dos estudantes em relação ao Teorema Fundamental do Cálculo, bem como evidenciar essas dificuldades apresentadas por estudantes em relação ao ensino e a aprendizagem. Também, realizar um levantamento bibliográfico do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) por existir uma relação de operações matemáticas

¹Estudante Bolsista do IFC, Campus Videira, Curso Técnico Subsequente em Eletrônica. E-mail: arthur.abitante@gmail.com

²Professor Orientador do IFC, Campus Videira. E-mail: carlos.silva@ifc.edu.br

³Professora Coorientadora do IFC, Campus Videira. E-mail: linilene.baerle@ifc.edu.br



envolvendo derivação e integração como propriedades inversas, além de verificar, se o uso de novas tecnologias, como uma ferramenta, auxilia nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral quando o assunto é o TFC.

Desse modo, para se ter um melhor entendimento do contexto da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, busca-se através da história da Matemática identificar as marcas e os vínculos na qual deram origem a essa área de conhecimento. Nesse sentido, é oportuno relatar uma fala de D'Ambrósio (2003):

Uma percepção da história da Matemática é essencial em qualquer discussão sobre a Matemática e o seu ensino. [...] A maior parte dos programas consiste de coisas acabadas, mortas e absolutamente fora do contexto moderno. Torna-se cada vez mais difícil motivar estudantes para uma ciência cristalizada. Não é sem razão que a história vem aparecendo como elemento motivador de grande importância. (D'AMBRÓSIO, 2003 p. 29)

Segundo D'Ambrósio (2003), fica difícil motivar os estudantes no mundo atual com uma ciência como a Matemática que foi desenvolvida em outros tempos para resolver problemas da realidade daquela época. É preciso fazer algo diferente nas escolas para contextualizar a Matemática e motivar os estudantes ao estudar essa ciência.

Nesse contexto, é relevante trazer os dados da Avaliação do Pisa sobre o resultado dos estudantes, no qual o Brasil tem demonstrado um péssimo desempenho nessas provas, sendo que em 2012 obteve a pontuação igual a 391, com a participação de mais de 18.000 estudantes. Segundo a classificação desse exame, os estudantes avaliados pertencem ao nível 1 de proficiência em Matemática, ou seja:



(...) os estudantes são capazes de responder a questões definidas com clareza, que envolvem contextos conhecidos, nas quais todas as informações relevantes estão presentes. Conseguem identificar informações e executar procedimentos rotineiros de acordo com instruções diretas em situações explícitas. São capazes de executar ações óbvias e dar continuidade imediata ao estímulo dado (BRASIL, 2012. p. 19).

Segundo esse diagnóstico, o Brasil ocupou a 58^a posição no ranking dos países avaliados, num universo total de 65. Isso reforça a ideia de que o ensino atual da matemática não tem promovido de forma efetiva o letramento matemático. Nessa perspectiva, urge a implantação de programas, projetos e ações que consigam desenvolver nos estudantes as habilidades almejadas.

Mesmo sem esse apontamento da fragilidade brasileira, é sabido no meio acadêmico e social o estigma que a Matemática escolar tem de ser inacessível, desinteressante e inútil. Isso é reflexo das abordagens equivocadas que dominam o ensino desta ciência. Com isso, na escola, essa área tem mais contribuído para gerar inseguranças e frustrações nos estudantes do que real aprendizagem.

Para tanto, busca-se aqui, discutir as características específicas da Matemática, capazes de favorecer de fato o desenvolvimento humano na escola. Muitos de seus conhecimentos são úteis em várias situações do cotidiano, além de serem inúmeras as articulações possíveis com as outras áreas de conhecimento ou componentes curriculares, intrínsecas a situações problemas em diversos âmbitos. Portanto, por meio desta pesquisa pretende-se realizar um trabalho voltado em evidenciar as dificuldades que os acadêmicos apresentam em relação aos conteúdos trabalhado na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral especialmente (CDI) quando se trata do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) e de que forma esses conteúdos são trabalhados em sala de aula.



PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS (materiais e métodos)

A metodologia a ser adotada no desenvolvimento desta pesquisa qualitativa terá um caráter de cunho bibliográfico. Justifica-se essa abordagem porque tem o ambiente escolar como sua fonte direta de dados a serem coletados e o pesquisador como seu principal instrumento. Conforme Lüdke & André (1986, p.11) “[...] a pesquisa qualitativa supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada, via de regra através do trabalho intensivo de campo”.

Desse modo, Demo (2001, p.11) afirma que: “[...] a informação qualitativa torna-se mais nítida: refere-se àquela ostensivamente interpretada e que lida com sujeito-objeto, não como mero objeto de análise”. Por conseguinte, a informação qualitativa é o resultado de uma comunicação discutida, na qual o professor vai ser o mediador desse processo de aprendizagem e os estudantes vão fazer parte como sujeitos ativos dessa pesquisa.

Lacatos & Marconi (2001) definem método como um conjunto de atividades sistemáticas e racionais que favorecem o alcance de objetivos, que por meio de um possível caminho, detecta possíveis erros e auxilia na tomada de decisões do pesquisador.

Dessa forma, tivemos como objetivo nessa pesquisa, a partir de uma revisão bibliográfica, realizar uma breve discussão de alguns elementos relacionados a conceitos e fundamentos da metodologia qualitativa.

Após a revisão da bibliografia, enquanto análise dos dados pesquisados observou-se que pesquisas apontam dificuldades no ensino e na aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral (CDI), seja por ocasionar um alto número de reprovações de estudantes em cursos superiores de Engenharia e Ciência da Computação, entre outros, ou que mesmo os aprovados, avançam nos seus estudos sem um devido entendimento sobre as propriedades e operações que estão envolvidos nessa disciplina. Em especial, no diz respeito ao Teorema Fundamental do Cálculo (TFC).



Segundo Grande (2013, *apud* Tall, 1991), os estudantes trazem um conhecimento do TFC estritamente algébrico, privilegiando o uso de algoritmos e fórmulas memorizadas para resolver situações problemas como aplicações, ao contrário de explorar outras habilidades cognitivas presentes neste estudo.

Ainda, segundo Grande (2013, *apud* Tall, 1991, p.67), esse conhecimento do estudante é influenciado pela forma que muitos docentes ensinam o TFC na disciplina que envolvem o Cálculo Diferencial e Integral, não propiciando ao estudante o desenvolvimentos de alguns aspectos cognitivos no processo de ensino e de aprendizagem.

Nas pesquisas de Tall (1991) é demonstrado uma forma de ensino de pensamento matemático avançado utilizando a computação como meio de ensino. Seu foco é no aprendizado de matemática avançada por estudantes universitários, mostrando a importância do uso de novas tecnologias educacionais.

Segundo Lima (2012) em sua tese de doutorado, encontrou-se referências sobre o desenvolvimento da disciplina de cálculo da USP (Universidade de São Paulo) entre o ano de 1934, ano de fundação da instituição até 1994, momento em que a disciplina de Cálculo I tornou-se diferente da disciplina oferecida no bacharelado. Relata que a USP abordou um modelo de ensino europeu sistematizado, de maneira formal e rigoroso. Também comenta que professores da mesma universidade, defendem que antes de um estudante conhecer sobre Análise Matemática, os estudantes deveriam passar por um curso inicial de cálculo, onde os conceitos principais fossem abordados de forma menos rigorosa e mais manipulativa. Esse processo de estudar análise inicialmente para depois estudar sobre o cálculo foi lento e gradual, não atendendo as expectativas dos professores.

Dessa forma, entende-se que não existem padrões exatos de ensino. Que adotando um modelo estrangeiro, não se obtêm os mesmos resultados a nível da instituição no Brasil, sendo necessário a abordagem de novos métodos para o ensino. Também pode-se entender que boa parte dos estudantes da universidade citada, apresentavam problemas de Matemática antes de chegar a cursar na instituição. Isso



pode-se ter muito em comum com o cenário do IFC Videira, muitos estudantes chegam e demonstram problemas no ensino de Matemática apresentadas no Ensino Médio.

O que aponta para a necessidade e relevância de uma disciplina de nivelamento, nesse caso, o Pré-Cálculo que também em função dessas pesquisas iniciou-se em 2018.

Essas pesquisas têm um papel fundamental no levantamento de causas e na indicação de trajetos visando a melhoria do ensino de CDI, visto que, segundo Igliori (2009, p.13), as pesquisas indicam um alto número de estudantes no nível superior, cujo desempenho na aprendizagem de CDI, tem sido insatisfatório.

Os docentes que participam dessa pesquisa concordam com Igliori (2009), pois atuando nos cursos superiores de Ciência da Computação e Engenharia Elétrica do IFC-Câmpus Videira, evidenciam que os estudantes ingressantes vêm demonstrando rendimento insatisfatório ao cursarem a disciplina de Cálculo, o que reitera a importância dessa pesquisa na busca de possíveis soluções para tal problema, como a implantação da disciplina de Pré-Cálculo.

Visando entender o problema do rendimento insatisfatório dos estudantes, procurou-se um tema que lidasse com as operações de derivação e integração e identificadas no TFC, por trabalhar com essas duas operações, um dos possíveis responsáveis por esse rendimento.

Nesse sentido, buscou-se em pesquisas que tratam especificamente do TFC, articulando essas duas operações, além de serem aplicações para a resolução de problemas envolvendo área, comprimento de arco, volume, entre outros. Ao tratar do TFC em CDI Grande (2013), em sua tese, destaca que no âmbito da Educação Matemática, no que se refere ao ensino e aprendizagem do CDI, pesquisas realizadas no Brasil e em outros países, tais como França, Inglaterra e Estados Unidos apresentam dados relevantes indicando que os estudantes não compreendem, de modo geral, a articulação existente entre os conceitos de integral e derivada no estudo do TFC em um curso de CDI. Dessa forma, o autor propõe realizar um estudo didático



e epistemológico do TFC, apresentando como resultado a elaboração e análise de uma intervenção de ensino que articula uma relação entre as operações de integração e derivação.

A partir da análise da intervenção Grande (2013) evidencia nos estudantes dificuldades da compreensão de continuidade de uma função, sendo esse um dos pontos centrais do TFC, no geral, quando ocorre uma articulação entre os componentes algorítmico, formal e intuitivo relacionado a sua visualização, por intermédio de um *software* como o GeoGebra, no ensino e aprendizagem de CDI, os estudantes apresentam indícios da preocupação de relacionar a intuição com o rigor na construção do conhecimento matemático, ponto central de sua pesquisa.

Nesse sentido, buscou-se uma revisão bibliográfica de autores, conforme apontados por Grande (2013) entre outros, tendo como problemática, se a dificuldade apresentada pelos estudantes no ensino de CDI, especificamente, em se tratando do TFC, ocorre devido à ausência de uma articulação entre os registros de representação semiótica, segundo Raymon Duval, afirmado que para a aquisição do conhecimento matemático, devem ocorrer simultaneamente pelo menos dois registros de representação, ou seja, não ocorre, por exemplo, uma conversão entre os registros algébrico e gráfico, assuntos tratados nesta pesquisa.

A dissertação de Anacleto (2004) apresenta um estudo relacionado com os estudantes que já tiveram alguma base de estudos relacionado ao TFC. Sua dissertação teve como fim avaliar se os conceitos da disciplina de cálculo, em que foram feitas de forma adequada, para as resoluções de questões específicas em que a aplicação desses conceitos fosse necessária. Aplicou um questionário a estudantes da Ciência da Computação de uma universidade particular de São Paulo, e foi percebido que esses estudantes não haviam recebido o conteúdo relativo ao TFC com a devida profundidade. Foi reestruturado o questionário e aplicado a um grupo de estudantes do curso de Licenciatura em matemática da mesma universidade, sendo a disciplina ministrada com carga horária maior. Foi verificado que os estudantes



tiveram dificuldades em resolver problemas de simples compreensão de gráficos que facilitam tal resolução sem a necessidade de longos algoritmos.

Em suas conclusões Anacleto (2007) discorre que os obstáculos dos estudantes para compreender o TFC estão relacionados com falta de compreensão em noções de derivadas, integrais e continuidade, e que os estudantes utilizam parcialmente seus conhecimentos apenas para a resolução das questões apresentadas pela autora. E tal hábito está associado a hábitos estudantis por parte do estudante, que não focam no conceito do TFC, apenas memorizando o algoritmo dos procedimentos sem refletir sobre sua aplicação.

Concorda-se com Anacleto (2007) quando alerta para as dificuldades no aprendizado do TFC, pois, entende-se que muitos estudantes tanto da Computação quanto em Engenharia apresentam dificuldades, algumas dessas estão na compreensão das aplicações do cálculo e do conceito em si. Essa pesquisa torna-se importante para a compreensão dos problemas vivenciados ao tratar do TFC no Campus de Videira.

Ao tratar da história do CDI, Thiel (2016) descreve sobre a matemática superior desenvolvida pelos grandes cientistas Newton e Leibniz, que trouxeram para o mundo uma nova compreensão dos fenômenos naturais, mostrando as aplicações em diversas áreas do conhecimento. Suas pesquisas têm como público alvo os estudantes que procuram compreender o TFC. Em seu livro são apresentadas diversas aplicações relacionadas à disciplina de Cálculo I. Como aplicações de derivadas na física, aplicações de integrais em áreas como probabilidade, saúde, entre outros exemplos.

Essas aplicações trabalhadas por Thiel (2016), contribui significativamente o ensino e aprendizagem de CDI no Campus Videira, já que se deduz que muitos estudantes da Ciência da Computação e da Engenharia Elétrica não compreendem aplicações do TFC em sua área de estudo.



RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

A revisão bibliográfica, ainda que não aprofundada, discorre sobre a importância de um curso de nivelamento, como a disciplina de Pré-Cálculo, que já existia desde 2016 no curso de Engenharia Elétrica e também em função dessas pesquisas iniciou-se em 2018 no Curso de Ciência da Computação. Também apontam para a necessidade de desenvolver aplicações de CDI contextualizadas para cada um dos cursos.

Evidenciam que para o entendimento conceitual do TFC, como a relação de operações matemáticas envolvendo derivação e integração como propriedades inversas, tendo como pré-requisito a disciplina de nivelamento, é necessário desenvolver atividades, tarefas e aplicações por meio de ambientes informáticos, como o uso do software GeoGebra. Que diante desse ambiente de aprendizagem é possível dinamizar o ensino do TFC com contextos práticos e atuais, não ficando refém apenas de livros da disciplina de CDI.

Além disso, esses ambientes, como o uso do software GeoGebra, facilitam uma articulação entre os registros de representação semiótica, que de acordo com Duval (2003), para a aquisição do conhecimento matemático, devem ocorrer simultaneamente pelo menos dois registros de representação, por exemplo, uma conversão entre os registros algébrico e gráfico, assuntos possíveis de serem tratados. Também permitem trabalhar as integrais e derivadas como operações inversas tendo como foco principal a utilização de integrais definidas e que se resumem de forma aplicada envolvendo área, volume, comprimento de arcos entre outros.

Essas pesquisas levantadas, mesmo de forma resumidas, realizadas não apenas no Brasil relatam as dificuldades de aprendizagem dos estudantes em relação ao TFC.

Para as próximas etapas do projeto, será realizada uma sequência de ensino com os estudantes do ensino superior, especificamente, do curso de Ciência da



Computação e Engenharia Elétrica, que permita verificar se o estudante diante de um ambiente informático, com o uso de softwares, facilita o entendimento conceitual sobre TFC conforme dificuldades apresentadas por essa pesquisa bibliográfica.

REFERÊNCIAS

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa.** São Paulo: Pioneira, 1998

ANACLETO, Grácia Maria Catelli. **Uma investigação sobre a aprendizagem do Teorema Fundamental do Cálculo.** 2007. 136 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo Puc/sp, São Paulo, 2007.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: Da Teoria à Prática.** 10^a ed. Campinas/SP: Editora Papirus, 2003.

DUVAL, R. **Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions In Mathematical Thinking.** Basic Issues For Learning. Proceedings XXI Psychology os Mathematics Thinking, nº 1. México: Eric, p. 2 – 26, 1999.

_____. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: Machado, S. D. A. (Org). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Editora Papirus, 2003, p.11-33.

GRANDE, L.G.-**Um estudo epistemológico do Teorema Fundamental do Cálculo voltado ao ensino.** Tese (Doutorado em Educação Matemática). PUC-SP, 2013.



FICE

7^ª FEIRA DE INICIAÇÃO
CIENTÍFICA E EXTENSÃO

05 e 06 de setembro

LIMA, Gabriel Loureiro de. **A Disciplina de Cálculo I do Curso de Matemática da Universidade de São Paulo: Um estude de seu desenvolvimento**, de 1934 a 1994. 2012. 444 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo Puc/sp, São Paulo, 2012.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo, E.P.U., 1986. 99p

TALL, David. Advanced mathematical thinking and the computer. In: **In D. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking**. [S.l.]: Kluwer Academic, 1991. p. 231–248.

THIEL, Afrânio Austregésilo; MODESTI, Matheus dos Santos. **O Cálculo e a Matemática Superior: Algumas Aplicações**. Blumenau: Instituto Federal Catarinense, 2016. 120 p.